

کاربرد آمار و احتمال ریاضی در هوش مصنوعی

ضیاءالدین ضیا^{۱*} معروف آرمان^{۲*}

۱- پوهنمل، ریاضی، تعلیم و تربیه، پوهنتون غور، فیروز کوه افغانستان (نویسنده مسئول). ایمیل:

Ziauddin1364@gmail.com

۲- نامزد پوهنیار، ریاضی، تعلیم و تربیه، پوهنتون غور، فیروز کوه افغانستان. ایمیل:

marouf.arman124@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۰/۲۱ - تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۲۳ - تاریخ نشر: ۱۴۰۴/۱۲/۲۸

چکیده

ضرورت هوش مصنوعی در دنیای امروز چیست و چگونه هوش مصنوعی آینده ما را می‌سازد؟ هوش مصنوعی به سیستم‌های کمپیوتری اطلاق می‌شود که قادر به انجام وظایفی هستند که در حالت عادی به هوش انسانی نیاز دارند. در واقع، هوش مصنوعی شبیه‌سازی فرآیندهای هوش انسانی مانند استدلال، یادگیری، برنامه‌ریزی و حل مسائل پیچیده توسط ماشین‌ها است. بنابراین استفاده و عمل کرد هوشمندانه هوش مصنوعی بدون کمک علم ریاضی غیرممکن است. به طور خلاصه، ریاضی زبان است که هوش مصنوعی توسط آن فکر می‌کند، داده‌ها را تحلیل نموده و تصمیم می‌گیرد. این تحقیق بر کاربرد و اهمیت علم ریاضی در هوش مصنوعی متمرکز است. هدف این تحقیق بررسی پیشینه مفهومی هوش مصنوعی و همچنین مطالعه زیربنای هوش مصنوعی است. هوش مصنوعی و سیستم‌های مبتنی بر دانش آن، شامل اساسات فناوری‌های تحقیقی، نمایشات علمی و فنی، بروز نمودن زبان طبیعی، یادگیری ماشین و موارد دیگری هستند. هوش مصنوعی به عنوان یک فناوری متحول کننده ظهور کرده و جنبه‌های مختلف زندگی ما را متحول کرده است. در پشت این همه پیشرفت‌ها و قابلیت‌های قابل توجه هوش مصنوعی، نقش اساسی و بنیادی ریاضیات نهفته است. در این تحقیق که از روش کتابخانه‌ای استفاده شده است بر مطالعه و بررسی کاربرد آمار و احتمال در قسمت هوش مصنوعی پرداخته شده. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که ریاضیات، به‌ویژه آمار و احتمال، زیربنای اصلی هوش مصنوعی و از عوامل اساسی در توسعه یادگیری ماشین، شبکه‌های عصبی و تحلیل داده‌ها است. بدون استفاده از مفاهیم ریاضی، طراحی و عملکرد سامانه‌های هوش مصنوعی امکان‌پذیر نیست.

کلمات کلیدی: آمار و احتمال، ریاضیات، علوم کمپیوتر، فناوری مدرن، هوش مصنوعی

استناد: ضیا، ضیاءالدین و آرمان، معروف. (۱۴۰۴). کاربرد آمار و احتمال ریاضی در هوش مصنوعی (AI). مجله علمی-تحقیقی پوهنتون غور، ۲(۲)، ۲۳۵-۲۵۴.

A Study on the Application of Statistics and Probability in Artificial Intelligence

Ziauddin Zia^{1*} & Marouf Aarma

1- Senior Teaching Assistant, Education, Ghor University, Firozkoh, Afghanistan (Corresponding author). Email: Ziauddin1364@gmail.com

2- Junior Teaching Assistant, Education, Ghor University, Firozkoh, Afghanistan. Email: marouf.arman124@gmail.com

Received: 11/1/2026 | Accepted: 12/2/2026 | Published: 19/3/2026

Abstract

This research focuses on the application and importance of mathematics in artificial intelligence. The purpose of this study is to examine the conceptual background of artificial intelligence and to explore its underlying infrastructure. The aim is to clarify the central role of mathematics in modern technologies. Artificial intelligence and its knowledge-based systems encompass research technologies, scientific and technical applications, natural language generation, machine learning, and other related fields. Artificial intelligence has emerged as a transformative technology and has influenced various aspects of our lives. Behind these remarkable advances and capabilities lies the fundamental role of mathematics. Accordingly, this article examines the application of statistics and probability, which are branches of mathematics, in the field of artificial intelligence. This study utilized a library research method. The findings indicate that mathematics, particularly statistics and probability, forms the main foundation of artificial intelligence and plays a fundamental role in the development of machine learning, neural networks, and data analysis. Without the application of mathematical concepts, the design and operation of artificial intelligence systems would not be possible.

Keywords: Statistics and probability, mathematics, computer science, modern technology, artificial intelligence

Cite this article: Zia, Z., & Arman, Marouf. (2026). A study on the application of statistics and probability in artificial intelligence. *Scientific Research Journal of Ghor University*, 2(2), 235-254.

مقدمه

علم ریاضی زیربنای اصلی شکل‌گیری و پیشرفت هوش مصنوعی است و مفاهیم کلیدی آن در طراحی، تحلیل و بهینه‌سازی الگوریتم‌های هوشمند نقش حیاتی دارند. ریاضیات به عنوان ستون فقرات الگوریتم‌ها و مدل‌های هوش مصنوعی عمل می‌کند و به ما شین‌ها این امکان را می‌دهد تا حجم عظیمی از داده‌ها و اطلاعات را پردازش، تجزیه و تحلیل کنند؛ که آمار و احتمال ابزارهای اساسی برای مدل‌سازی، تحلیل داده‌ها و یادگیری آماری فراهم می‌کنند، نظریه اطلاعات، نظریه گراف و منطق ریاضی نیز در ارتباطات شبکه‌ای و استدلال هوشمندانه کاربرد دارند؛ که با ترکیب این بخش‌ها، سیستم‌های هوش مصنوعی قادر می‌شوند الگوهای پنهان را کشف کرده، تصمیم‌گیری منطقی انجام دهند و عمل کرد مشابه به قابلیت‌های هوش انسانی ارائه کنند. بنابراین درک عمیق روابط میان ریاضیات و الگوریتم‌های هوش مصنوعی برای توسعه مدل‌های دقیق، پایه‌دار و کارآمد ضروری است. مفاهیم از جبر خطی، حساب دیفرانسیل و انتگرال، نظریه احتمال و آمار برای توسعه الگوریتم‌های یادگیری ماشین ضروری هستند. این الگوریتم‌ها از معادلات و توابع ریاضی برای شناسایی الگوها، پیش‌بینی و طبقه‌بندی اطلاعات استفاده می‌کنند. به عنوان مثال، استفاده از جبر خطی در طراحی شبکه‌های عصبی، که بلوک‌های سازنده یادگیری عمیق هستند، اساسی و ضروری است. ماتریس‌ها برای نمایش و دست‌کاری داده‌ها در شبکه‌های عصبی استفاده می‌شوند، که محاسبات پیچیده را تسهیل می‌کنند و سیستم‌های هوش مصنوعی را قادر می‌سازند بینش‌های منطقی و معناداری از داده‌ها استخراج نمایند. (جلوه‌گر، ۱۳۸۸)

حساب دیفرانسیل و انتگرال نقش مهمی در بهینه‌سازی مدل‌های هوش مصنوعی ایفا می‌کند. تکنیک‌هایی مانند گرادیان نزولی و پس انتشار از حساب دیفرانسیل و انتگرال برای به حداقل رساندن خطاها و تنظیم پارامترهای مدل‌های یادگیری ماشین استفاده می‌شوند. این تکنیک‌های ریاضی، سیستم‌های هوش مصنوعی را قادر می‌سازند تا از داده‌های منطقی ریاضی یاد بگیرند و به طور مداوم عمل کرد خود را بهبود بخشند.

آمار و احتمال در هوش مصنوعی برای وظایفی مانند پردازش زبان طبیعی، بینایی کمپیوتر و تصمیم‌گیری بخش حیاتی هستند. توزیع‌های احتمال، استنتاج بیزی و آزمایش فرضیه،

چارچوب ریاضی را برای تعیین کمیت عدم قطعیت، تجزیه و تحلیل داده‌ها و انجام پیش‌بینی‌های احتمالی فراهم می‌کنند. (احمدی، ۱۳۸۵)

بیان مسئله: ضرورت هوش مصنوعی در دنیای امروز چیست و چگونه هوش مصنوعی آینده ما را می‌سازد؟ کاربردها و فناوری‌های هوش مصنوعی به دلیل مزایای منحصر به فرد خود زندگی انسان‌ها را تغییر داده، چون که هوش مصنوعی در تلاش است تا کمپیوترها را وادار کند تا مانند انسان فکر و عمل کنند. بنابراین، با استفاده از کاربردهای آماری و احتمال ریاضی می‌توان از هوش مصنوعی استفاده اعظمی را در بخش‌های مختلف زندگی بشر در عصر مدرن تکنالوژی امروزی ترسیم کرد.

سوالات تحقیق: سوال اصلی این است که ما چگونه بتوانیم با هوش مصنوعی آشنایی حاصل کنیم کاربرد و استفاده آمار و احتمال را در هوش مصنوعی مورد بررسی قرار دهیم؟
سوال فرعی در این است که ما چطور با هوش مصنوعی که امروز جزئی جدایی‌ناپذیری زندگی ما انسان‌ها قرار گرفته است در تعامل باشیم تا اینکه از مزایای آن استفاده نموده و از جهان فناوری مدرن امروزی عقب نمانیم؟

۱- اهمیت و ضرورت تحقیق: چنانچه دیده می‌شود که امروز، چرخش و گردش جهان بشریت توسط علم و تکنالوژی مدرن اداره می‌شود، اما این چرخش و گردش منظم جهان بدون تحلیل اطلاعات آماری و پیش‌بینی مدل‌های احتمالی به مشکل مواجه می‌شود؛ بنابراین، اگر خواسته باشیم که از مزایای زندگی سالم و کامل جهان امروزی برخوردار باشیم، پس باید از علم روز (اطلاعات آماری و مدل‌های پیش‌بینی احتمال در هوش مصنوعی استفاده کنیم).

۲- پیشینه تحقیق: تشکیل علم ریاضیات یک فعالیت انسانی است که شامل حل کارها و موقعیت‌های طاقت‌فرسا و مشکل‌ساز می‌شود. در جستجوی یافتن پاسخ‌ها و یا راه‌حل‌های برای این طور مسائل، عوامل گوناگونی داخلی و خارجی، بخش‌ها و شاخه‌های ریاضی به تدریج پدیدار و تکامل می‌نمایند. طبق نظریه‌های ساخت‌گرایی پیاژه‌ای (نظریه بنیادین رشد تکامل یادگیری فعال از طریق تعامل با محیط و تجربه) است، اعمال افراد باید منبع ژنتیکی مفهوم‌سازی ریاضی در نظر گرفته شود. مسائل ریاضی و راه‌حل‌های آن‌ها در نهادها یا گروه‌های خاصی که در مطالعه چنین مسائلی مشارکت دارند، مشترک هستند. بنابراین، اشیاء ریاضی،

موجودیت‌های فرهنگی مشترک اجتماعی هستند. ریاضیات یک‌زبان نمادین است که در آن موقعیت‌های مشکل‌ساز و راه‌حل‌های یافت شده بیان می‌شوند. سیستم‌های نمادهای ریاضی دارای یک عمل کرد اتباطی و یک نقش ابزاری هستند. ریاضیات یک سیستم مفهومی منطقی و سازمان‌یافته است. هنگامی که یک شیء ریاضی به عنوان بخشی از این سیستم پذیرفته شد، می‌توان آن را به عنوان یک واقعیت متنی و جزئی در ساختار جهانی نیز در نظر گرفت. می‌توان آن را به عنوان یک اصل برای ایجاد اشیاء ریاضی جدید، گسترش طیف ابزارهای ریاضی و درعین حال، معرفی محدودیت‌های جدید و زبان ریاضی به کاربرد. (نیکوکار، ۱۳۹۳).

هوش مصنوعی (Artificial Intelligence) یا AI در حال حاضر به یکی از داغ‌ترین موضوعات در حوزه فناوری تبدیل شده است. بشر از دوران کهن علاقه‌مند به خلق موجودات هوشمند مصنوعی بوده است. پیشینه هوش مصنوعی به هزاران سال پیش برمی‌گردد، از دوران باستان، مخترعان و افراد نوآور چیزهایی به نام اتومات می‌ساختند که مکانیکی بودند و مستقل از دخالت انسان حرکت می‌کردند. ایجاد ماشین‌هایی که هوش انسان را تقلید می‌کنند، از زمان‌های بسیار دور در ذهن انسان‌های رویا پرداز وجود داشت. اما تا زمان پیدایش اولین کمپیوترهای الکترونیکی، مسکوت باقی‌مانده بود. فیلسوفان به این فکر می‌کردند که چگونه تفکر انسان می‌تواند به‌طور مصنوعی توسط ماشین‌های غیرانسانی هوشمند مکانیزه و دست‌کاری شود. هوش مصنوعی در نیمه اول قرن بیستم برای اولین بار با مفهوم ربات‌های دارای هوش توسط داستان‌های علمی و تخیلی آن روزها به جامعه معرفی شد. در دهه ۱۹۵۰ میلادی، تاریخ شاهد نسلی از دانشمندان، ریاضی دانان و فیلسوفانی خارق‌العاده بود که ذهن آن‌ها مجذوب مفهوم هوش مصنوعی شده بود. یکی از این افراد خارق‌العاده، آلن تورینگ دانشمند، ریاضیدان و نابغه انگلیسی بود. که اولین نقطه عطف مهم در تاریخچه هوش مصنوعی در جهان را رقم زد. به گفته تورینگ، انسان‌ها از طریق اطلاعات موجود اقدام به حل مشکلات یا تصمیم‌گیری می‌کنند. پس چرا ماشین‌ها نتوانند از چنین فرآیندی بهره ببرند؟ آلن تورینگ برای اولین بار در سال ۱۹۵۰ به مسئله هوش مصنوعی در مقاله‌ای با عنوان «ماشین آلات و هوشمند سازی محاسبات» پرداخت و تست تورینگ (آزمایش توانایی ماشین برای نمایش دادن رفتاری هوشمندانه شبیه به انسان) را طراحی کرد. تورینگ یک ریاضی‌دان،

متخصص رمزنگاری و دانشمند علوم کامپیوتر بود که امکان‌پذیر بودن هوش مصنوعی را از لحاظ ریاضی بررسی کرد. (زرگر، ۱۳۸۸).

اصطلاح هوش مصنوعی برای اولین بار توسط جان مک‌کارتی که از آن به‌عنوان پدر علم و دانش تولید ماشین‌های هوشمند یاد می‌شود استفاده شد. در جلسه‌ای کنفرانس تابستانی در پوهنچی دارتموث در اواخر دهه ۱۹۵۰، جان مک‌کارتی، دانشمند علوم کامپیوتر و ماشین اصطلاح هوش مصنوعی را معرفی کرد. این زمان ممکن است به عنوان نقطه شروع رسمی پیشینه هوش مصنوعی در نظر گرفته شود. جان مک‌کارتی یکی از افراد کلیدی در توسعه هوش مصنوعی و ابداع‌کننده اصطلاح هوش مصنوعی و یک دانشمند برجسته آمریکایی بود که در زمینه علوم کامپیوتر و هوش مصنوعی تحقیق می‌کرد. (احمدی، ۱۳۸۵).

ماروین مینسکی یکی دیگر از پیشگامان هوش مصنوعی که در زمینه‌های مختلفی از جمله شبکه‌های عصبی و یادگیری ماشین کار کرده است. هربرت سایمون و آلن نیوول این دو نفر نقش مهمی در توسعه الگوریتم‌های اولیه و مدل‌های محاسباتی داشتند.

و این سرآغاز پیشینه هوش مصنوعی بود. رفته‌رفته با وارد شدن به هر دهه، نوآوری‌ها و یافته‌هایی به وجود آمد که دانش‌بنیادی بشر را درزمینه هوش مصنوعی و چگونگی پیشرفت‌های آن از یک فانتزی و خیال پردازی دست‌نیافتنی به یک واقعیت ملموس برای نسل‌های فعلی و آینده تبدیل کرده است. این روزها شاهد پیشرفت‌های چشم‌گیری در هوش مصنوعی از جمله افزایش ابزارهای متداول هوش مصنوعی، مانند دستیاران مجازی، موتورهای جستجو و غیره هستیم که پیشرفت زیادی اتفاق افتاده است. کمپانی Open AI هوش مصنوعی DALL-E را توسعه داد، درحال حاضر پیشرفت فناوری‌های هوش مصنوعی مانند Gemeni، chatgpt و غیره پدید آمدند، و رقابت بین ایالات متحده، چین و سایر کشورها درزمینه هوش مصنوعی تشدید شد. همچنین دراین اواخر OpenAI از ربات هوش مصنوعی Chat GPT رونمایی کرد. (Kishor, 2023).

۳- تعریف هوش مصنوعی

ساختن موجودات مصنوعی باهوش و توانمندی‌های انسانی، که قابلیت انجام وظایف باهوش انسان را داشته باشند، به عنوان هوش مصنوعی شناخته و تعریف می‌شود. وقتی که ما از

«هوش» در زمینه فناوری صحبت می‌کنیم، اصطلاح «مصنوعی» به این معنی است که هوش مورد بحث، ویژه موجودات زنده نیست، بلکه از طریق برنامه‌نویسی و طراحی سیستم‌های کمپیوتری ایجاد شده است. پس می‌توانیم بگوییم مفهوم هوش مصنوعی به شبیه‌سازی فرآیندهای هوش انسانی توسط ماشین‌ها و نرم‌افزارها اشاره دارد؛ این سیستم‌ها برای انجام وظایفی توسعه یافته‌اند که نیازمند مهارت‌ها و قابلیت‌هایی مانند یادگیری، تصمیم‌گیری، تشخیص الگو و حل مسئله را دارد که ویژگی ذاتی انسانی است.

یاهوش مصنوعی عبارت از روشی برای ساخت یک کمپیوتر، یک ربات کنترل شده توسط کمپیوتر یا یک نرم افزار است که مانند ذهن انسان، هوشمندانه فکر کند، که علوم کامپیوتر و پایگاه‌های اطلاعات قدرتمند را برای فراهم‌آوری فرصت حل مسئله با یکدیگر ترکیب می‌کند. درواقع یک تخصص در علوم کمپیوتر است و به ایجاد سیستم‌های می‌پردازد که می‌توانند مانند هوش انسان، توانایی‌های حل مسئله را انجام دهند. بنابراین هوش مصنوعی یک بخش از علوم کمپیوتر است که به دلیل کاربردهای گسترده‌ای که در زندگی انسان دارد، به شدت شناخته شده است. این اصطلاح به عنوان یک شاخه نوین در چوکات فناوری اطلاعات محسوب می‌شود. (زرگر، ۱۳۸۸).

۳-۱ هوش مصنوعی بر سه رکن اساسی استوار است

۱- اطلاعات: عبارت از معلومات جمع‌آوری و سازماندهی شده هستند که ما می‌خواهیم وظایف را بر اساس آن‌ها اتوماتیک تنظیم کنیم. این اطلاعات می‌توانند مجموعه‌ای از اعداد، متون، تصاویر و ... باشند.

۲- سخت افزار: قدرت محاسباتی سخت‌افزار به ما امکان می‌دهد داده‌ها را سریع‌تر و دقیق‌تر پردازش کنیم تا نتیجه دلخواه در نرم‌افزار محقق شده و به نمایش دربیاید.

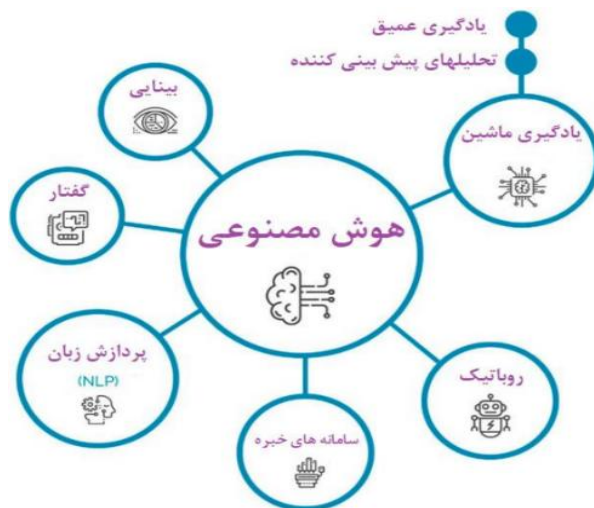
۳- نرم‌افزار: مجموعه‌ای از دستورالعمل‌ها و محاسبات است که به سیستم‌های آموزشی اجازه می‌دهد که داده‌ها را دریافت، الگوها را ایجاد و بتوانند اطلاعات جدیدی تولید کنند.

۳-۲ الگوریتم‌های هوش مصنوعی چیست؟

بعد از مشخص کردن سه ستون اصلی AI باید با موضوع دیگری به نام الگوریتم‌های هوش مصنوعی هم آشنا شویم که به میزان زیادی آن را شنیده و یا خواهید شنید.

الگوریتم نامی است که به قوانین می‌دهیم؛ قوانین دستورالعمل‌های دستگاه را ارائه می‌دهند و دو بخش مهم دارند.

- ۱- آن‌هایی که از منطق مبتنی بر اصول عقلانی تفکر انسانی استفاده می‌کنند.
- ۲- آن‌هایی که منطق یا شهود را ترکیب می‌کنند (یادگیری عمیق) تا مشابه کارکرد مغز انسانی، ماشین را وادار به یادگیری کنند. (یزدی، ۱۳۸۵).



شکل ۱: الگوریتم و تحلیل داده ها در هوش مصنوعی. (عباسی، ۲۰۲۲)

۴- اهداف تحقیق

این بررسی تحقیقاتی با اهداف زیر انجام شد:

۱- بررسی مفهومی پیشینه هوش مصنوعی

۲- بررسی زیربنایی هوش مصنوعی

۳- هدف در هوش مصنوعی چیست؟

هدف در هوش مصنوعی طراحی و ساخت ابزارهای مصنوعی نرم‌افزاری و سخت‌افزاری است که بتوانند کارهایی را به هوشمندی انسان انجام دهند. باید بگوییم ما اکنون در عصر تکنالوژی و اطلاعات بزرگ زندگی می‌کنیم، عصری که در آن توانایی جمع‌آوری حجم عظیمی از اطلاعات

را داریم که پردازش آن برای انسان بسیار دشوار است، اما هوش مصنوعی به راحتی به ما کمک می‌کند و این کار را برای ما انجام می‌دهد.

با توجه به پیشرفت‌های روزافزون هوش مصنوعی، می‌توان نتیجه گرفت که این فناوری در آینده نقشی پررنگ‌تر در زندگی ما ایفا خواهد کرد. بنابراین، لازم است که ما باهوش مصنوعی آشنا شویم و از مزایای آن بهره‌مند شویم. صنایع و کسب‌وکارها نیز باید از هوش مصنوعی برای بهبود عملکرد خود استفاده کنند. هوش مصنوعی بر این مفهوم استوار است که فرایندهای فکری انسان قابلیت تکرار و مکانیزه شدن را دارند. در عصر حاضر، شاهد ظهور و رشد پدیده‌ای به نام داده‌ها و اطلاعات بزرگ هستیم. حجم انبوه از این داده‌ها می‌تواند اطلاعات ارزشمندی را در اختیار ما قرار دهد که در گذشته دسترسی به آن‌ها محدود بود. می‌توان به این نتیجه رسید که تلاش برای ساخت موجودات مصنوعی باهوش و توانمندی‌های انسانی، همواره مورد توجه انسان بوده است. این تلاش به منظور ایجاد موجودات مصنوعی که قابلیت انجام وظایف باهوش انسان را داشته باشند، به عنوان هوش مصنوعی شناخته می‌شود. متخصصان هوش مصنوعی با بررسی عملکرد و قدرت تفکر انسان برای انجام کارهای مختلف و تصمیم‌گیری درباره موضوعی خاص، به طراحی سیستم‌های مصنوعی هوشمندی می‌پردازند که بتوانند وظایف مختلفی را همچون انسان یا حتی بهتر از انسان انجام دهند. چنین هدفی می‌تواند ریشه در مباحث فلسفی و شناخت قوه تفکر انسان داشته باشد. همچنین، تسهیل کردن انجام یک سری امور توسط ماشین نیز می‌تواند از دلایل دیگر مطالعات هوش مصنوعی محسوب شود. (جلوهگر، ۱۳۸۸).

۵- کاربرد هوش مصنوعی

کاربرد هوش مصنوعی در سال‌های اخیر پیشرفت‌های چشم‌گیری داشته، که این پیشرفت‌ها، هوش مصنوعی را قادر به شناسایی الگوها و روابط پیچیده در اطلاعات کرده، که با روش‌های سنتی قابل انجام نبوده است. هوش مصنوعی شاخه تحقیقی تقریباً جدیدی محسوب می‌شود که قدامت آن کمتر از یک سده است، اما میزان پیشرفت و توسعه این بخش در جنبه‌های مختلف زندگی بشر آنقدر سریع بوده که امروز می‌توان گفت زندگی انسان تا حد زیادی به دستاوردهای هوش مصنوعی وابسته شده است. این پیشرفت‌ها در هوش مصنوعی، کاربردهای گسترده‌ای را در صنایع مختلف ایجاد کرده است. استفاده هوش مصنوعی به‌اندازه‌ای

گسترش یافته است که اکنون بسیاری از ما انسان‌ها به صورت روزانه از آن استفاده می‌کنیم. این تکنولوژی به دستیاری کاربردی و بدون خطا برای انسان‌ها تبدیل شده است. هوش مصنوعی امروز به یکی از داغ‌ترین و پر تقاضاترین حوزه‌های فناوری در جهان تبدیل شده است. در زمانی که کسب‌وکارها، حتی زندگی روزمره ما بیش از پیش به ابزارهای هوشمند وابسته شده‌اند، هوش مصنوعی با سرعتی شگفت‌انگیز در حال گسترش به حوزه‌های پردازش زبان، تصویر و صدا است. متخصصان این رشته با ترکیب دانش برنامه‌نویسی پیشرفته، یادگیری ماشین و یادگیری عمیق، می‌توانند سیستم‌هایی بسازند که متن تولید کنند، تصاویر خلق کنند، به زبان انسان‌ها پاسخ دهند و حتی به‌عنوان دستیارهای هوشمند و عامل‌های مستقل عمل کنند. با توجه به این که هوش مصنوعی در تمامی شاخه‌های علوم وارد شده است و محققان بخش‌های مطالعاتی مختلف از روش‌ها و ابزارهای هوش مصنوعی برای پیشبرد اهداف خود استفاده می‌کنند.

بنابراین میتوان گفت که هوش مصنوعی کاربردهای متنوعی زیادی در زندگی روزمره بشر دارد تعداد از مهم‌ترین کاربردهای هوش مصنوعی عبارت اند از تشخیص‌های سلامتی و پزشکی، بازاریابی، بانکداری، سرگرمی، تولید، سرمایه‌گذاری و موارد مالی، تحصیل و تحقیق، کشاورزی و محیط‌زیست، انرژی و بهینه سازی آن، حمل‌ونقل، تجارت بازاریابی، در وسایل نقلیه، پهپادها و خودروهای خودران، خلق آثار هنری، اثبات قضیه‌های ریاضی، انجام بازی‌هایی بر پایه اندیشه، تعیین هویت تصاویر، تشخیص چهره و صداها، ذخیره انرژی، جستجوگرهای اینترنتی، تهیه قراردادهای و پیش‌بینی آرای قضایی، در اقتصاد، در شبکه‌های اجتماعی، در خدمات حقوقی ، در نیروی انسانی و تخصص می‌باشد. (سلطانی، ۱۳۹۴).

۶- کاربرد آمار و احتمال در هوش مصنوعی

بررسی ریاضی دانان نشان می‌دهد در هوش مصنوعی از مدل‌های احتمالی برای بررسی داده‌ها به کمک کدهای آماری استفاده می‌شود. هوش مصنوعی به کمک احتمال و آمار می‌تواند داده‌های ناقص را تفکیک کند تا ما بتوانیم با داده‌های قابل اعتماد اطلاعات بهتری دریافت کنیم. از این روش برای ساخت شبکه‌های هوشمند بیزی، مدل‌های مارکوف و الگوریتم‌های یادگیری ماشین و تقویتی برای ربات‌ها استفاده می‌شوند. ربات‌هایی که از طریق احتمال و آمار

ساخته شده‌اند، می‌توانند کیفیت، عملکرد دوام یک محصول، پیش‌بینی آب‌وهوا استفاده شوند. ما اکنون در عصر هوش مصنوعی هستیم و احتمال دارد شما به‌عنوان یک برنامه‌نویس، به دنبال شناخت ریاضیات هوش مصنوعی باشید تا بتوانید ربات‌های باهوش و بی‌نقص در حد ذهن انسان تربیت کنید. محاسبات ریاضیات هوش مصنوعی به انسان کمک می‌کند تا با جمع‌آوری آمارهای گذشته در مورد آینده اطلاعات دقیق‌تری، محاسبه کند. اما چگونه می‌توان از طریق معادلات ریاضی و هوش مصنوعی، آینده را تحلیل کرد؟ الگوریتم های هوش مصنوعی از طریق مباحث ریاضی می‌تواند با دنیای واقعی ارتباط برقرار کند. دلیل آن هم این است که ما بتوانیم ساختارهای داده‌ها را درک و پیش‌بینی کنیم؛ که این کار توسط شاخه ریاضی آماد و احتمال امکان‌پذیر می‌شود (Hogg, 2020).

۶-۱ **نظریه گراف:** یکی دیگر از کاربرد ریاضیات در هوش مصنوعی، نظریه گراف است. این تکنیک به ربات‌ها کمک می‌کند تا آمار شبکه‌های اجتماعی را تجزیه و تحلیل کند. پردازش زبان طبیعی و بینایی کامپیوتر دومین کاربرد نظریه گراف یا Graph theory برای هوش مصنوعی است. ساختار داده‌های سنتی نمی‌توانند بعضی از داده‌ها را تجزیه و تحلیل کنند. از این داده‌ها می‌توان برای تولید تست‌های جدید استفاده کرد. نتفلیکس، آمازون و غیره از نظریه گراف برای ساخت کسب‌وکار خود استفاده کرده‌اند (Kishor, 2023).

در آینده نزدیک، زبان هوش مصنوعی احتمالاً بزرگ‌ترین پیشرفتی عمده در تاریخچه هوش مصنوعی باشد. این اتفاق با چت جی پی تی شروع شده است. همچنین، هوش مصنوعی به کمک آمار و احتمالات نقش بسیار مهمی در حل برخی از چالش‌های جامعه جهانی مثل تغییرات آب‌وهوایی، مراقبت‌های سلامت و امنیت سایبری بازی می‌کند.

۷- روش تحقیق

جمع‌آوری این معلومات برای تهیه مقاله تحقیقاتی مذکور براساس معلومات ثانویه است. اطلاعات از کتاب‌های مراجع مختلف مرتبط باهوش مصنوعی، مبانی الگوریتم های کامپیوتری، آمار و احتمال، جبر خطی و بهینه‌سازی برای یادگیری ماشین و غیره جمع‌آوری شده است. برای این بررسی تحقیقاتی، داده های ثانویه نیز از مجلات تحقیقاتی ملی و بین‌المللی مرتبط باهوش مصنوعی، ریاضیات و غیره جمع‌آوری شده است. برای این مطالعه تحقیقاتی، اطلاعات

مربوط به اهداف فوق جمع‌آوری و ادبیات موضوع موردنظر بررسی شد. بنابراین، ادبیات با مراجعه به کتابخانه‌های مختلف جمع‌آوری شد. داده‌های ثانویه نیز از وب سایت‌های مختلف جمع‌آوری شده است.

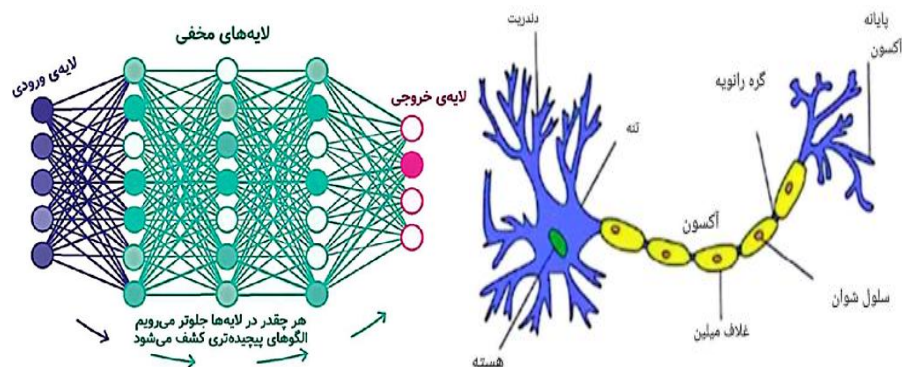
۸- فرضیه تحقیق

این بررسی تحقیقاتی با فرضیه اصلی زیر انجام شد.

۱- در سال‌های اخیر، علوم کمپیوتر از آمار و احتمال، منطق ریاضی و نظریه اعداد مختلف برای توسعه ساختارهای داده و الگوریتم‌های کمپیوتری استفاده می‌کرد.

۹- شبکه عصبی در هوش مصنوعی

شبکه‌های عصبی اساس زیربنای هوش مصنوعی هستند که معماری خاصی را نشان می‌دهند و این مفهوم از مغز انسان الهام و منبع گرفته است، درحالی‌که هوش مصنوعی حوزه و ساحه‌ای وسیع‌تری است که بر ایجاد سیستم‌های هوشمندی متمرکز است که می‌توانند وظایفی را که نیاز به هوش شبیه انسانی دارند، انجام دهند.



شکل و ساختمان بیولوژیکی و مصنوعی شبکه عصبی. (کتوبزاده، ۱۴۰۱)

شبکه‌های عصبی، همان طور که از نام شان معلوم است، شامل رابطه‌ای بین سیستم عصبی و شبکه‌ها هستند. این رابطه‌ای است که به طور تقریبی از نحوه عمل کرد مغز انسان الگوبرداری شده است. و در بسیاری از کاربردهای مدرن، از جمله: خود رهای بدون راننده، طبقه‌بندی و تشخیص اشیاء، توصیه‌های شخصی‌سازی‌شده، ترجمه زبان، برچسب‌گذاری تصویر و موارد

دیگری استفاده می‌شود. یک شبکه عصبی یا یک شبکه عصبی بیولوژیکی است که از نورون‌های بیولوژیکی واقعی تشکیل شده است، یا یک شبکه عصبی مصنوعی است که برای تشخیص الگوها و حل مشکلات تجاری طراحی شده است. (زرگرو، ۱۳۸۸).

شبکه‌های عصبی مصنوعی سعی در تقلید از شبکه عصبی بیولوژیکی در مغز انسان دارند. طبیعت الهام‌بخش میلیون‌ها نوآوری بوده است، از پرندگانی که الهام‌بخش هواپیماها، با آدم‌ها الهام‌بخش چسب ولکرو، تا نهنگ‌های که الهام‌بخش توربین‌های بادی برای سریع‌تر رفتن هستند. به همین ترتیب، مغز انسان الهام‌بخش انجام شبکه‌های عصبی بوده است. یک مغز معمولی حاوی نزدیک به ۱۰۰ میلیارد سلول کوچک به نام نورون است. هر نورون از یک جسم سلولی با تعداد اتصال که از آن خارج می‌شوند تشکیل شده است: دنده رایت‌های متعدد (ورودی‌های سلول که اطلاعات را به سمت جسم سلولی حمل می‌کنند) و یک آکسون واحد (خروجی سلول که اطلاعات را به بیرون حمل می‌کند). دنده رایت‌ها از جسم سلولی نورون امتداد یافته و پیام‌های از سایر نورون‌ها دریافت می‌کند. هنگامی که نورون‌ها پیام‌ها را دریافت یا ارسال می‌کنند، تکانه‌های الکترونیکی را در امتداد آکسون‌های خود منتقل می‌کنند که به انجام عملکردهایی مانند ذخیره خاطرات، کنترل عضلات و موارد دیگر کمک می‌کنند.

با این حال، قسمت‌های وجود دارد که مدل ساده‌شده شبکه عصبی مصنوعی دقیقاً مغز را تقلید نمی‌کند. برای مثال، نمی‌تواند ایجاد یا تخریب اتصالات (دنده رایت‌ها یا آکسون‌ها) بین نورون‌ها را تقلید کند و زمان‌بندی سیگنال را نادیده می‌گیرد. با این حال، شبکه‌های عصبی مصنوعی با توجه به نحوه استفاده در بسیاری از کاربردها کاملاً مؤثر هستند و با گذشت زمان هوشمند تر شده‌اند.

۱۰- یادگیری ماشین در هوش مصنوعی

یادگیری ماشین جزای از هوش مصنوعی است که به طور گسترده به عنوان توانایی یک ماشین برای تقلید از رفتار هوشمندانه انسان تعریف می‌شود. سیستم‌های هوش مصنوعی برای انجام وظایف پیچیده به روشی مشابه نحوه حل مسائل توسط انسان استفاده می‌شوند.

وقتی شرکت‌ها امروز برنامه‌های هوش مصنوعی را مستقر می‌کنند، به احتمال زیاد از یادگیری ماشینی آن‌قدر استفاده می‌کنند که این اصطلاحات اغلب به جای یکدیگر و گاهی

اوقات مبهم استفاده می‌شوند. یادگیری ماشینی جزء از هوش مصنوعی است که به کمپیوترها توانایی یادگیری بدون برنامه‌نویسی صریح را می‌دهد. یادگیری ماشینی با اعداد، عکس‌ها یا متن، مانند براکنش‌های بانکی، تصاویر افراد یا حتی اقلام نانوائی، سوابق تعمیر، داده‌های سری زمانی از حسگرها یا گزارش‌های فروش شروع می‌شود. داده‌ها جمع‌آوری و آمده می‌شوند تا به عنوان داده‌های آموزشی یا اطلاعاتی که یادگیری ماشینی ارائه می‌دهد، استفاده شوند مدل براساس آن آموزش داده خواهد شد. هرچه اطلاعات بیشتری داده شود، برنامه بهتر خواهد بود. سه‌شاخه برای یادگیری ماشین وجود دارد:

۱- مدل‌های یادگیری ماشین تحت نظارت با مجموعه داده‌های برچسب‌گذاری شده آموزش داده می‌شوند که به مدل‌ها اجازه می‌دهند در طول زمان یاد بگیرند و دقیق‌تر شوند. به عنوان مثال، یک الگوریتم با تصاویر سگ‌ها و چیزهای دیگر که همگی توسط انسان‌ها برچسب‌گذاری شده‌اند آموزش داده می‌شود و دستگاه روش‌های شناسایی تصاویر سگ‌ها را به‌تنهایی یاد می‌گیرد. یادگیری ماشین تحت نظارت رایج‌ترین نوع مورد استفاده امروزه است.

۲- یادگیری ماشین بدون نظارت، یک برنامه به دنبال الگوها در داده‌های بدون برچسب می‌گردد. یادگیری ماشین بدون نظارت می‌تواند الگوها یا روندهایی را پیدا کند که افراد به‌صراحت به دنبال آن‌ها نیستند. به عنوان مثال، یک برنامه یادگیری ماشین بدون نظارت می‌تواند داده‌های فروش آنلاین را بررسی کند و انواع مختلف خریده‌ای مشتریان را شناسایی کند.

۳- یادگیری ماشین تقویتی، ماشین‌ها را از طریق آزمون و خطا آموزش می‌دهد تا با ایجاد یک سیستم پاداش، بهترین اقدام را انجام دهند. یادگیری تقویتی می‌تواند مدل‌ها را آموزش دهد تا بازی کنند یا وسایل نقلیه خود را برای رانندگی آموزش دهند، با گفتن به دستگاه که چه زمانی تصمیمات درست را گرفته است، که به آن کمک می‌کند تا به‌مرور زمان یاد بگیرد چه اقداماتی باید انجام دهد. (جلوه‌گر، ۱۳۸۸).

۱۱- پیش‌بینی آینده در هوش مصنوعی

یک سوال ذهن همه ما را به خود مشغول کرده این است که در آینده چه اتفاقی برای هوش مصنوعی پیش بیاید. ما هرگز نمی‌توانیم آینده این علم را به طور دقیق پیش‌بینی کنیم، اما

بسیاری از کارشناسان برجسته درمورد آینده احتمالی هوش مصنوعی می‌گویند اینکه آینده این تکنولوژی چه خواهد شد و چطور پیش خواهد رفت شاید یکی از تعیین‌کننده‌ترین عوامل در سرنوشت بشر باشد. این روزها ما شاهد رشد شگفت‌انگیز هوش مصنوعی یا (AI) هستیم که تلاش می‌کند نه تنها به ما در انجام بسیاری از کارها کمک کند، بلکه حتی شاید روزی جای بسیاری از مشاغل امروزی را خواهد گرفت. هوش مصنوعی تغییر و تحولات چشمگیری را به همراه داشته زندگی انسان با این فناوری عجیب شده است. گوشی‌های هوشمند امروزی نمونه بارزی از پیشرفت هوش مصنوعی محسوب می‌شوند که اکثر افراد، تجربه استفاده از آن را دارند و تقریباً می‌توان گفت این ابزار به جزء جدایی‌ناپذیر زندگی روزانه انسان تبدیل شده است. هوش مصنوعی روز به روز پیشرفته‌تر خواهد شد و زندگی انسان‌ها را به شکل اساسی متحول خواهد کرد. روزی، هوش مصنوعی و نوع بشر ممکن است به شکلی در کنار هم زندگی کنند که انسان‌ها و انسان‌نماها از یکدیگر قابل تشخیص نباشند. پیشرفت‌های جدی در علم کمپیوتر، ریاضی و عصب‌شناسی نیز همگی به عنوان ابزارهایی برای عبور از محدودیت‌ها عمل می‌کنند. (سلطانی، ۱۳۹۴).

از تمام این صحبت‌ها می‌توان استنباط کرد که هوش مصنوعی قرار است هر روز بیش از پیش پیشرفت کند و به شکوفایی خود ادامه دهد و هیچ‌چیزی نمی‌تواند جلوی این امر را بگیرد. همان طور که یک روزی ماشین، کامپیوتر و گوشی‌های هوشمند، قطارهای سریع‌السیر و هواپیماها و امثال این‌ها وجود نداشتند و امروز حتی تصور زندگی بدون این‌ها برای ما سخت و طاقت فرساست، در آینده‌ای نه‌چندان دور نیز تصور دنیایی بدون هوش مصنوعی سخت خواهد بود. بنا براین به جای مقابله باهوش مصنوعی باید به استقبال آن رفت و در مورد آن اطلاعات بیشتری کسب کرد تا از سود و منافع آن بهره‌مند شویم. (زرگر، ۱۳۸۸)

در آینده رشته به‌کارگیری هوش مصنوعی گسترده‌تر می‌شود، میزان خلاقیت (AI) روز به روز ارتقا پیدا خواهد کرد. در بسیاری از گفت وگوهای مابین متفکران و دانشمندان، هوش مصنوعی جایگاه ویژه‌ای در آینده کسب‌وکارها و زندگی مردم خواهد داشت. بسیاری از حوزه‌ها تحت تاثیر فناوری‌های هوش مصنوعی خواهند رفت. این نکته بسیار با اهمیت است که با توجه به اطلاعات فعلی، نرفتن به سمت (AI) و هوشمند سازی می‌تواند کسب‌وکار ما و شما

را از بین ببرد. در بخش‌های بزرگی مانند مدیریت شهری و مدیریت اداری کشور، استفاده نکردن از ظرفیت‌های هوش مصنوعی می‌تواند موجب عقب ماندن در رشد صنعت و کیفیت زندگی شود.

با توجه به سرعت فزاینده رشد هوش مصنوعی، پیش‌بینی آینده کار دشواری است، البته می‌دانیم در یک تا دو دهه آینده، خودروهای بدون راننده بیشتری در جاده‌ها گشت و گزار خواهند کرد. ماشین‌ها قادر خواهند بود بر بسیاری از توانایی‌ها و مهارت‌های انسانی پیشی بگیرند و حتی ربات‌هایی خلق می‌شوند که قادرند احساسات آدمی را تشخیص داده و پاسخ مناسبی ارائه دهند. این فناوری باهوش‌تر خواهد شد و میزان خطای آن از چیزی که اکنون هست کمتر می‌شود. بنابراین ما تا به امروز توانسته‌ایم توانایی‌های هوش مصنوعی را با توجه به سرعت ذخیره‌سازی و پردازش کمپیوتر به سطح قدرت محاسباتی فعلی و به مرحله اشباع برسانیم و حالا باید منتظر بمانیم با پیشرفت‌های جدید سخت‌افزاری و نرم‌افزاری، هوش مصنوعی چه آینده‌ای برای خود و ما ترسیم خواهد کرد. (جلوه‌گر، ۱۳۸۸). این سفر در جهت پیشرفت‌های جدید و نوآوری‌های شگفت‌زده در بخش هوش مصنوعی ادامه دارد و به واقعیت ملموس برای نسل‌های آینده تبدیل می‌شود. همان‌طور که در گذشته ماشین‌ها، کامپیوترها و تلفن‌های هوشمند زندگی ما را متحول کردند، هوش مصنوعی نیز در آینده تأثیرات عمیقی بر زندگی ما خواهد گذاشت. تسلط بر مهارت‌های هوش مصنوعی می‌تواند سکوی پرتابی برای ورود به آینده‌ی شغلی درخشان ما باشد. انتظار می‌رود به‌زودی شاهد تحولات عظیمی در زندگی بشر باشیم که از دستاوردهای هوش مصنوعی نشئت خواهند گرفت. هوش مصنوعی روز به روز پیشرفته‌تر خواهد شد و زندگی انسان‌ها را به شکل اساسی متحول خواهد کرد.

۱۲- نتیجه‌گیری

در این مقاله تحقیقاتی، من کاربرد آمار و احتمال در هوش مصنوعی، شبکه عصبی و یادگیری ماشین در هوش مصنوعی را بررسی کردم. شبکه عصبی روشی در هوش مصنوعی است که به کامپیوترها راهنمایی می‌کند معلومات و اطلاعات را به روشی که از مغز انسان الهام گرفته شده است، پردازش کنند. این نوعی عمل کرد یادگیری ماشینی است که یادگیری عمیق نامیده می‌شود و از گره‌ها یا نورون‌های به‌هم‌پیوسته در یک ساختار لایه ای شبیه به مغز انسان

استفاده می‌کند. کاربرد ریاضیات ابزارها و مفاهیم لازم برای الگوریتم های هوش مصنوعی به تکامل و شکل‌دهی دنیای ما ادامه می‌دهد، ترکیب بین ریاضیات و هوش مصنوعی هم چنان که هوش مصنوعی به تکامل و شکل‌دهی جهان ما ادامه می‌دهد، ترکیب بین ریاضیات و هوش مصنوعی همچنان حیاتی خواهد بود و مرزها و امکانات جدیدی را برای نوآوری باز می‌کند. هوش مصنوعی با مهار قدرت ریاضیات، پتانسیل تغییر صنایع، حل مشکلات پیچیده و بهبود زندگی روزمره ما را به‌روش‌های قابل توجهی تغییر داد است.

علم ریاضی زیربنای اصلی شکل‌گیری و پیش رفت هوش مصنوعی است، اصطلاح هوش مصنوعی برای اولین بار توسط جان مک‌کارتی که از آن به‌عنوان پدر علم و دانش تولید ماشین‌های هوشمند یاد می‌شود استفاده شد، ساختن موجودات مصنوعی باهوش و توانمندی‌های انسانی، که قابلیت انجام وظایف باهوش انسان را داشته باشند، به عنوان هوش مصنوعی شناخته و تعریف می‌شود، هوش مصنوعی بر سه رکن اساسی استوار است، هوش مصنوعی امروز به یکی از داغ‌ترین و پر تقاضاترین حوزه‌های فناوری در جهان تبدیل شده است، بررسی ریاضی دانان نشان می‌دهد در هوش مصنوعی از مدل‌های احتمالی برای بررسی داده‌ها به کمک کدهای آماری استفاده می‌شود، شبکه‌های عصبی اساس و زیربنای هوش مصنوعی هستند که معماری خاصی را نشان می‌دهند و این مفهوم از مغز انسان الهام و منبع گرفته است، همان طور که یک روزی ماشین، کامپیوتر و گوشی‌های هوشمند، قطارهای سریع‌السیر و هواپیماها و امثال این‌ها وجود نداشتند و امروز حتی تصور زندگی بدون این‌ها برای ما سخت و طاقت فرساست، در آینده‌ای نه‌چندان دور نیز تصور دنیایی بدون هوش مصنوعی سخت خواهد بود.

منابع و مأخذ

- احمدی، محمد؛ عرب مازار، یزدی، علی و عبدلی، محمود. (۱۳۸۵). سیستم‌های هوشمند و حسابداری. ماهنامه حسابداری.
- جلوه‌گر، سهراب. (۱۳۸۸). کتاب الکترونیکی هوش مصنوعی. انتشارات: سایت متلب کار شیراز - مرجع پروژه‌های آماده و شبیه‌سازی با متلب.
- رحیمی، غلامرضا؛ حجتی، سید عبدالله و ساداتی، میرحمید. (۱۳۹۵). ارزیابی تأثیر زیرساخت فناوری در پیاده‌سازی، (ویژه نامه ۱۳۹۵).
- رنجبران، هادی. (۱۳۸۸). آمار و احتمال و کاربرد آن در اقتصاد. تهران، همدان: انتشارات نور علم و اثبات.
- زرگر، محمود. (۱۴۰۲). اصول و مبانی هوش مصنوعی. تهران: انتشارات ابرون.
- سلطانی، زینب و جعفری نوی می پور، نیما. (۱۳۹۴). تعیین عوامل مؤثر بر اثر بخشی سیستم‌های الکترونیکی مدیریت ارتباط با مشتری. نخستین همایش بین‌المللی جامع مدیریت ایران.
- عالم تبریز، اکبر. تبریزی، محمدرضا. (۱۳۸۹). تیوری احتمالات و آمار کاربردی (تحلیل آماری). تهران: انتشارات صفار - اشراقی.
- عباسی، علی. (۲۰۲۲). کاربردهای نوین هوش مصنوعی.
- کتویی زاده، محمدرضا. (۱۴۰۱). هوش انسان در مقابل هوش مصنوعی.
- لیپ شوتس، سیمور. لیپسون، مارک. ترجمه: علی اکبر عالم زاده. (۱۳۸۴). احتمال. تهران: انتشارات جنگل.
- نیکوکار، مسعود. مقسمی، حمیدرضا. (۱۳۸۸). درس و کانکور آمار و احتمالات. تهران: انتشارات گسترش علوم پایه.
- نیکوکار، مسعود. (۱۳۸۴). راهنمای حل آمار و احتمال. تهران: انتشارات گسترش علوم پایه.
- نیکوکار، مسعود. نیکوکار، فرشاد. (۱۳۹۳). آمار و احتمالات. تهران: انتشارات گسترش علوم پایه.

Beyond. (2020). *LUMINA: Cognitive reasoning engine*. Beyond.ai.
<https://www.beyond.ai>

- Boullart, L. (1992). A gentle introduction to artificial intelligence. In *Applications of artificial intelligence in process control* (pp. 5–40). Pergamon Press.
- Burgess, A. (2018). *The executive guide to artificial intelligence*. Palgrave Macmillan.
- Chan, L., Hogaboam, L., & Cao, R. (2022). *Applied artificial intelligence in business: Concepts and cases*. Springer.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73–112.
- Davenport, T. H. (2019). *Artificial intelligence: The insights you need from Harvard Business Review*. Harvard Business Press.
- Ertel, W. (2018). *Introduction to artificial intelligence* (2nd ed.). Springer.
- Galavotti, M. C. (2005). *Philosophical introduction to probability*. Stanford University Press.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1996). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177–195). Kluwer Academic Publishers.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep learning*. MIT Press.
- Gorroochurn, P. (2012). *Classic problems of probability*. Wiley.
- Hogg, R. V., Tanis, E. A., & Zimmerman, D. L. (2020). *Probability and statistical inference*. Pearson.
- Jasper. (n.d.). *Jasper AI*. <https://www.jasper.ai>
- Jumper, J., Evans, R., Pritzel, A., Green, T., Figurnov, M., Ronneberger, O., & Tunyasuvunakool, K. (2021). Highly accurate protein structure prediction with AlphaFold. *Nature*, 596(7873), 583–589. <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03819-2>
- Kishor, S. (2023, June 26). *The crucial role of mathematics in artificial intelligence*. SNS Institutions.
- OpenAI. (n.d.). *ChatGPT*. <https://chat.openai.com>
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(3), 165–190.
- Russell, S., & Norvig, P. (2010). *Artificial intelligence: A modern approach* (3rd ed.). Pearson.

- Sriraman, B., & English, L. (2005). Theories of mathematics education: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(6), 450–456.
- Vermesan, O., John, R., De Luca, C., & Coppola, M. (2022). *Artificial intelligence for digitising industry: Applications*. River Publishers.
- Williams, D. (2001). *Weighing the odds: A course in probability and statistics*. Cambridge University Press.
- Zwingmann, T. (2022). *AI-powered business intelligence*. O'Reilly Media.